JOI春合宿 Straps　解説

三谷庸

2014/3/23

問題概要

- N個のストラップがある
- ストラップの下にストラップを付けられる
- ストラップにうれしさが定まっている
- うれしさの合計を最大化

小課題1

- N≤15

- 2^{15}=32768
- 全探索

小課題1

- 「ストラップがいくつか与えられたとき、それらを全部使った取り付け方が存在するか」

小課題1

- 「ストラップがいくつか与えられたとき、それらを全部使った取り付け方が存在するか」

- 「取り付け端子の個数」≧「ストラップの個数」であればよい

- なぜか？
- 必要性は明らか

小課題1

- 取り付け方
- 端子の数が0のストラップをいきなりつけるとまずい
- 端子の数0のストラップを最後に取り付けるようにすればよい

小課題1

- 計算量は○$(2^N N)$

考察1

- 端子の数が0のストラップを最初につけると損

- 端子の数が0でないストラップを取り付けることで、それ以外に取り付けられるストラップが減ることはない

考察1

- ストラップを、端子の数が0のものが最後になるように並べ替えてから処理する
- これにかかる時間は$O(N)$または$O(N \log N)$

小課題2

- 全てのiに対して、$B_i \geq 0$

- 取り付けてうれしさが減ることはない
- 貪欲法

小課題2

- 最初に端子の数が0でないストラップをすべて取り付ける
- 端子の数は減らないので、つけられなくなることはない

小課題2

- 最初に端子の数が0でないストラップをすべて取り付ける
- 端子の数は減らないので、つけられなくなることはない

- 次に、端子の数が0であるストラップをうれしさが大きい順に取り付ける。

小課題2

- 計算量は$O(N)$

考察2

- 「残っている端子がいくつあるか」だけが重要
- 取り付けた端子の集合が同じならば、取り付け方によらず残った端子の数は同じ

考察2

- 「残っている端子がいくつあるか」だけが重要
- 取り付けた端子の集合が同じならば、取り付け方によらず残った端子の数は同じ

- **動的計画法**

小課題3

- $N \leq 2000$
- それぞれのストラップは15個以下しか下にストラップを付けられない

小課題3

- DPの状態として、「どのストラップまで考えたか」と「今使える端子はいくつあるか」を持っておく

- 端子数0のストラップを最後に処理すれば、処理の途中で端子の数が負になることはないとしてよい

小課題3

- dp[i][j]= 「ストラップ0,1,…,i-1について取り付けるかどうかを決め、j 個の端子が残っている状態にするときのうれしさの最大値」とする

小課題3

- i番目のストラップの端子の数をx,うれしさをyとすると、遷移は

dp[i+1][j]=max(dp[i+1][j],dp[i][j])
dp[i+1][j-1+x]=
max(dp[i+1][j-1+x],dp[i][j]+y)

となる

小課題3

- 端子の個数はN*A 以下 (Aはa[i]の最大値)
- よって、計算量は$O(N^2A)$

小課題3

- MLEに注意
- int dp[2001][2000*15]は256MBに対してぎりぎりになる

小課題3

- MLEに注意
- int　dp[2001][2000*15]は256MBに対してぎりぎりになる

- メモリの使い回し
- dp[i][]の計算にはdp[i-1][]しか必要ない
- dp[0][]とdp[1][]を交互に使う
- 実際に確保する配列はdp[2][2000*15]でよい

満点解法

- 小課題3のDPとほぼ同じ

満点解法

- 小課題3のDPとほぼ同じ
- 端子がN個あれば、それ以上端子を使うことはない
- 端子がN個以上あるときはN個とみなす

満点解法

- 計算量は$O(N^2)$
- 100点

得点分布