

本選3

Dango Maker

解説



tozangezan

問題概要

- $N \times M$ のマスそれぞれにR,G,Wの一つが書かれている
- 左から右に"RGW"、上から下に"RGW"と連続している場所を選べる。同じマスを複数回選ぶことはできない。
- 最大でいくつの"RGW"を選べるか？
 - $N, M \leq 4$ 13点
 - $N, M \leq 10$ 20点
 - $N, M \leq 3,000$ 67点

例

RGRGW

GRRGW

WGGWR

RWRGW

RGWGW

RGRGW

GRRGW

WGGWR

RWRGW

RGWGW

小課題 1

- 全探索です。
- 全探索の仕方は？
 - 特に何も考えず、DFSで全探索する
 - マスを使用したかどうか管理し、bit DPやマスの
[使用済み/未使用]情報を持ったBFSをする
- 13点

小課題 2

RGRGW
GRRGW
WGGWR
RWRGW
RGWGW

ここら辺はもう見た

この文字を使うかどうかを
決めたい

- 上の行、左の列から新しく使うものを埋めていくことにしよう
- 緑のマスを始点としたとき、新しいRGWを選ぶ条件とは……？

黄色い○の3マス

新たに選べる

RGRGW
GRRGW
WGGWR
RWRGW
RGWGW

使用済み

黄色い○の3マス

新たに選べない

RGRGG
GRRGW
WGGWR
RWRGW
RGWGW

使用済み

新たに3マスが選べる条件？

- **大前提:** 今Rが書かれたマスを見ていて、選びたい3マスがRGWの順になっている
- **縦方向に選びたい:** それより上の取り方には影響されないなので、いつでも選ぶことができる(ただし、選ぶと下2行の選び方に影響が出る)
- **横方向に選びたい:** 選びたい3マスの上2行の使用状況による。(前述のとおり)

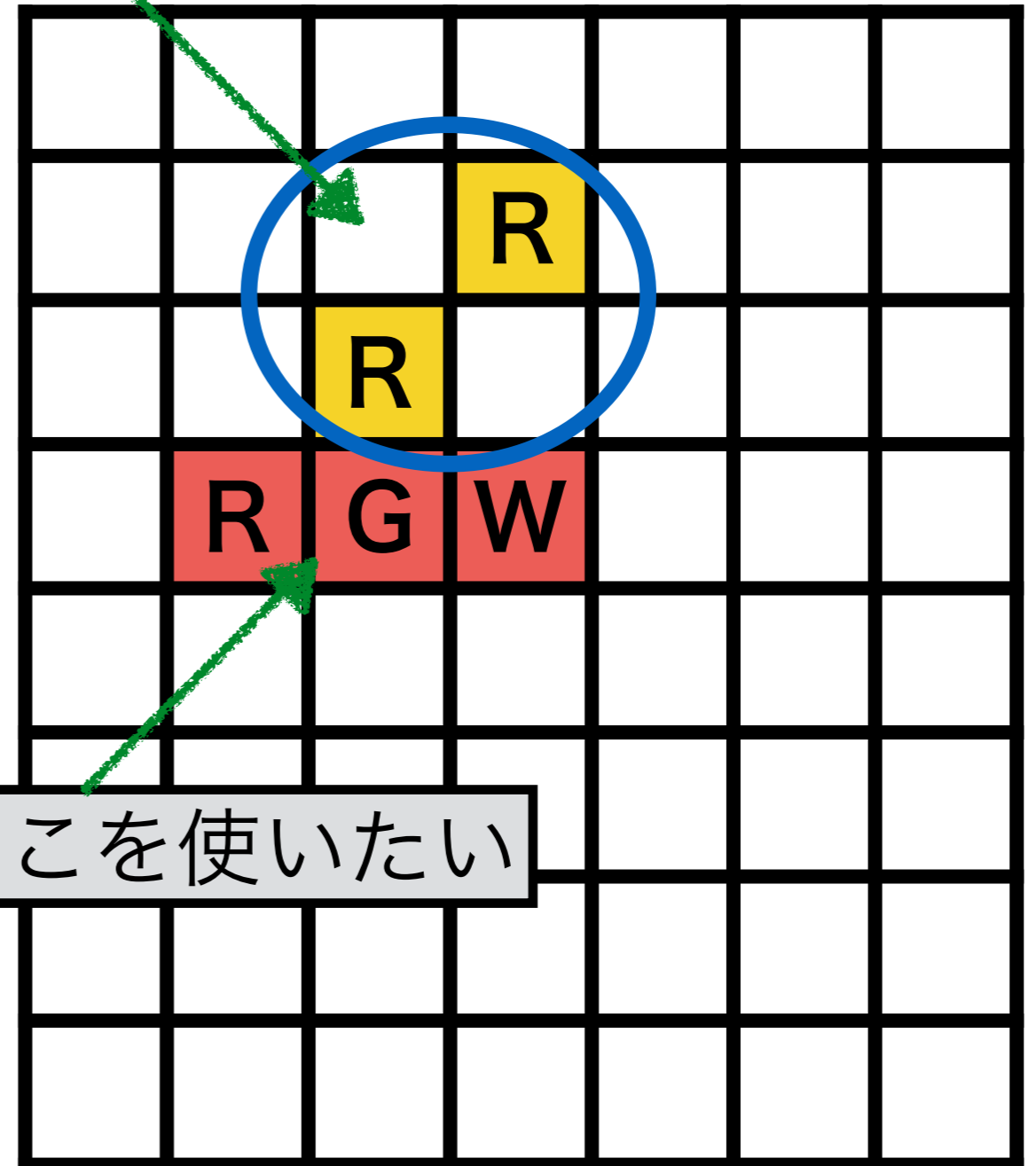
DPの仕方

- 以上のことを考えると、
 $dp[i][j][S]$: i 行目 j 列目を見ていて、それぞれの列に対し今見ているところから下に何個使用済みかを表す列 S (取りうるそれぞれの値は $0, 1, 2$ なので 3^M 通りある) を状態に持ってDPすればよい
- 計算量は $O(3^M NM)$
- ここまでで 33点

小課題 3

ここの(下方向への)使用状況だけが大事

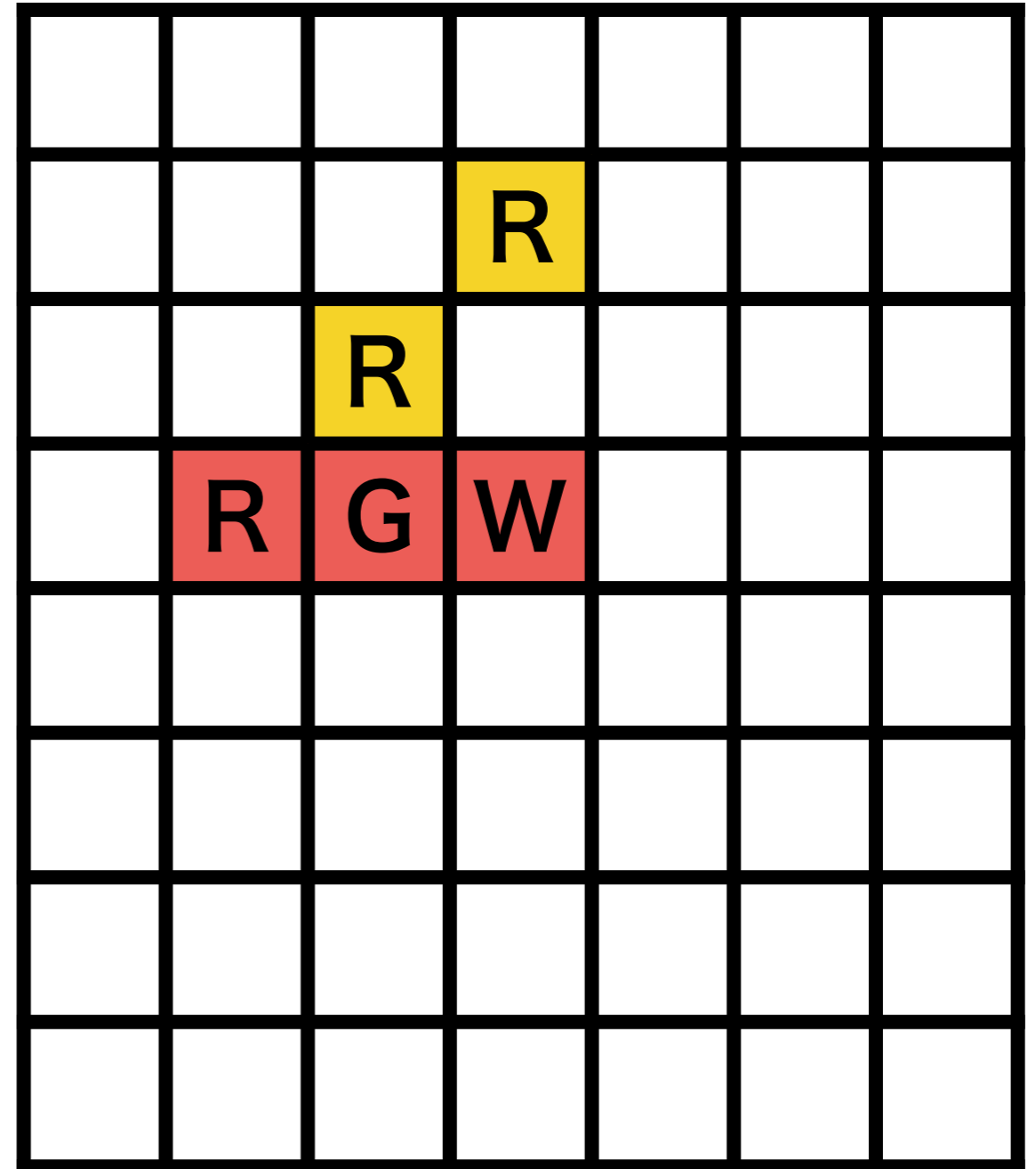
- 先ほどのDPで右方向に
選べる条件は、「**下方向
に伸びる最初のRとして
使ったマス**」の集合を用
いるとシンプル
- これでも2行にわたるR
の使用状況を持つだけで
は、 3000×3000 は到底
無理



ここを使いたい

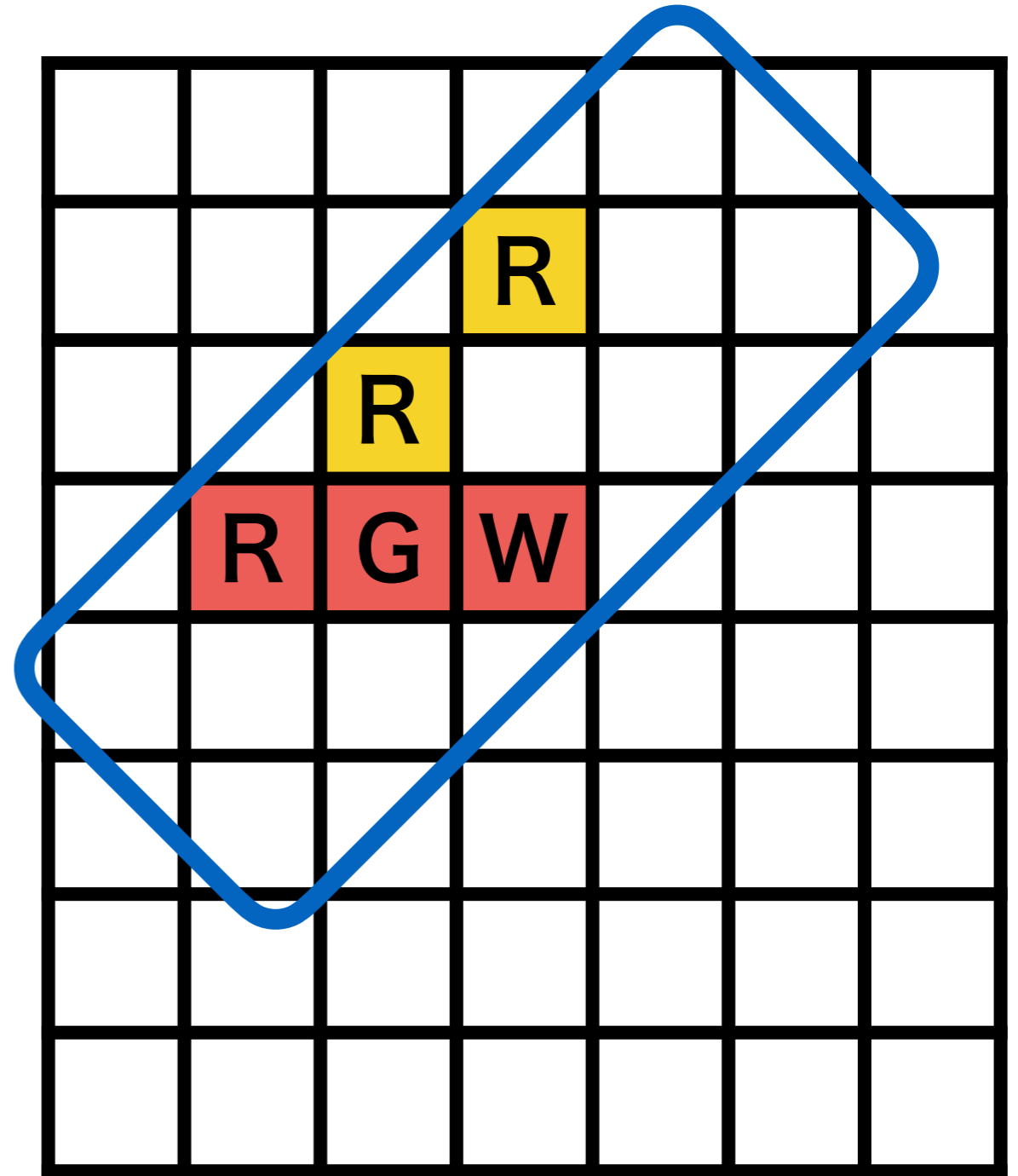
小課題 3

- 依存關係……？



小課題 3

- 依存関係……？
- 斜め方向に依存関係がある??
- 独立な問題として処理できそう？



小課題 3

- 斜め方向に同じ位置にあるものごとに数える
- このスライドでは、それぞれの t に対し、 i 行 j 列目 ($i + j = t$) にある G をまとめて処理
- i 行 j 列目 ($i + j = t - 1$) にある R 、 i 行 j 列目 ($i + j = t + 1$) にある W を右も表示した(これ以外は無視してよい)

				R	G	
			R		W	
		R	G			
	R	G	W			
G	W					
W						

小課題 3 の DP

- このように1次元にした上でDPをする

- DPのキーは、
 $dp[i][j][k]$: i 列目のマスまで処理したとき (i 列目のマスの左
上は使用したかどうか (j)、 $i+1$
列目の右下は使用したかどう
か (k)) の選べる最大個数

- 計算量は $O(NM)$

- ここまでで100点

				R	G	
			R		W	
		R	G			
	R	G	W			
G	W					
W						

得点分布

得点	人数
0	42
13	27
33	1
100	10