

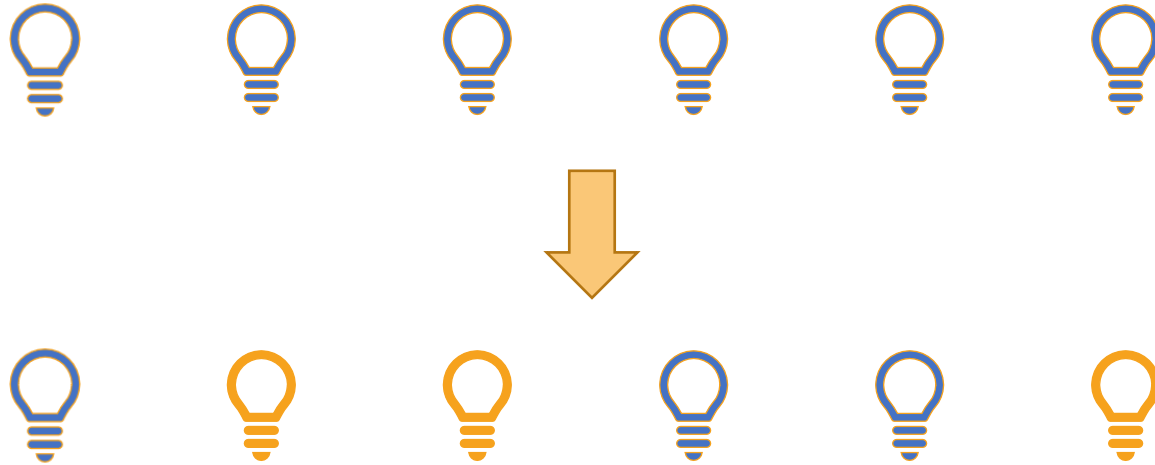
JOIG 2021 第3問  
イルミネーション 2 (Illumination 2)

解説 nxteru

## 問題概要

- $N$ 個の電球があり最初はすべてオフ
  - 最初に無料で電球 $1, 2, \dots, r$ をすべてオンにすることができる
  - その後コスト1につき好きな電球1つのオン/オフを切り替えられる
  - 電球の状態を $A_1, A_2, \dots, A_N$ にするためにかかるコストの最小値は？
- 
- 小課題
    1.  $N \leq 2\,000$
    2.  $N \leq 200\,000$

# 入力例 I

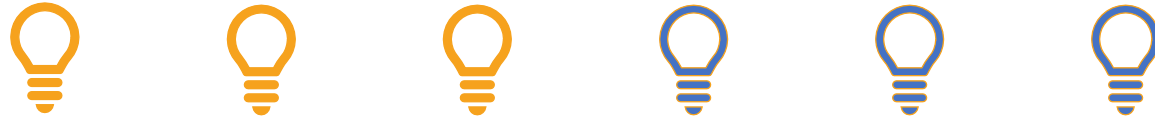


# 入力例1



コスト0

オン



コスト2

オフ

オン



## 考察

- オン/オフを切り替える操作について
- 最初の操作が終わった後の状態を $X_1, X_2, \dots, X_N$ とする
- $X_i$ と $A_i$ が同じなら電球 $i$ は何もしない, 違うなら電球 $i$ は切り替える
- 各電球について操作をするかしないかが定まる
- 最初の操作が決まれば, かかるコストも求まる

## 小課題 I

- 最初の操作を全探索する
- 最初の操作として考えられるものは  
「なし」「1をオン」「1,2をオン」「1,2,3をオン」…「1,2,3,...,Nをオン」  
の  $N + 1$ 通り
- それぞれについてかかるコストを  $O(N)$ で求める
- 計算量は  $O(N^2)$

## 小課題2

- 各最初の操作に対するコスト計算を高速化する
- 最初の操作で「 $1, 2, \dots, r$ をオン」にしたときのコストは目標の模様から「 $A_1, A_2, \dots, A_r$ で0の個数」 + 「 $A_{r+1}, A_{r+2}, \dots, A_N$ で1の個数」で計算できる
- これは累積和を事前に計算しておくことで各 $r$ について $O(1)$ でコストを計算できる

# 累積和

- 求めたいのは各 $r$ に対する「 $A_1, A_2, \dots, A_r$ で0の個数」 「 $A_{r+1}, A_{r+2}, \dots, A_N$ で1の個数」
- $S_i = A_1, A_2, \dots, A_i$ で0の個数と定義する
- $S_i = S_{i-1} + (A_iが0なら1, A_iが1なら0)$ と $S_i$ の計算に $S_{i-1}$ を利用できる
- $i$ の小さい順に $S_i$ を更新することで $O(N)$ で配列 $S$ を計算できる
- 同様に $T_i = A_i, A_{i+1}, \dots, A_N$ で1の個数とする
- $T_i = T_{i+1} + A_i$ だから $i$ の大きい順に更新することで $O(N)$ で配列 $T$ を計算



## まとめ

- 最初の操作で「 $1, 2, \dots, r$ をオン」にしたときのコストは $S_r + T_{r+1}$ となる
- 配列 $S, T$ の前計算に $O(N)$ ,最初の操作の全探索で $O(N)$
- これで満点が獲得できる

## 得点分布（有資格者）

100点	22人
45点	9人
0点	94人